Приложение

Ответы, решения

Номер задания	Ответ	Номер задания	Ответ	Номер задания	Ответ
1	3	**67**	2	**133**	4
4	4	**71**	2	**138**	3
8	2	**75**	100 Дж	**141**	36 см
13	4	**80**	3	**145**	1
21	2	**84**	2	**147**	3
25	3	**89**	5	**154**	4
27	3	**92**	1	**160**	3
30	2	**95**	0,44 м	**168**	3
34	2	**102**	2	**172**	4
36	5	**108**	3	**176**	4
40	3	**113**	4	**180**	3
42	1	**115**	4	**186**	2
45	4	**117**	1	**187**	1
47	2	**120**	$2{,}79 \cdot 10^8$ м/с	**190**	1
54	1, 3	**123**	2	**191**	3
57	4	**126**	1	**194**	2, 3
59	4	**128**	1,2 м/с^2	**199**	2

1. Механика

1.1. Кинематика материальной точки

5. Модуль скорости материальной точки при таком движении определяется выражением

$$\upsilon = \sqrt{A^2 + 4B^2t^2} \ .$$

Для тангенциального ускорения точки получаем

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{4B^2 t}{\sqrt{A^2 + 4B^2 t^2}}.$$

Ответ: 4.

1.2. Кинематика твердого тела

19. Качение диска *без проскальзывания* с постоянной скоростью $\vec{\upsilon}_0$ относительно Земли можно представить в виде наложения поступательного движения со скоростью υ_0 (вправо) и вращательного движения относительно оси диска с угловой скоростью ω (по часовой стрелке). Скорость любой точки диска равна векторной сумме скорости вращательного движения $\vec{\upsilon}_{\text{вр}}$, величина которой для точек на периферии диска равна $\upsilon_{\text{вр}} = \omega R$, и скорости поступательного движения $\vec{\upsilon}_0$. Скорость нижней точки диска относительно Земли должна быть равна нулю, значит, $\vec{\upsilon}_{\text{вр}} + \vec{\upsilon}_0 = 0$ или $\upsilon_0 = \upsilon_{\text{вр}}$.

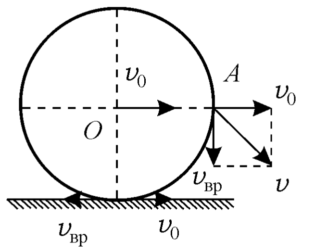

Рис.П.1.

В точке *A* диска векторы $\vec{\upsilon}_0$ и $\vec{\upsilon}_{\text{вр}}$ взаимно перпендикулярны, следовательно, скорость этой точки образует угол $\frac{\pi}{4}$ с направлением движения диска (рис.П.1).

Ускорение любой точки на поверхности диска равно ускорению вращательного движения $\omega^2 R$ (так как поступательное движение происходит без ускорения) и направлено к центру диска.

Ответ: 2.

24. Для нахождения угловой скорости тела проинтегрируем угловое ускорение по времени:

$$\omega = \int \beta(t)dt = \frac{2t^3}{3} + C.$$

Из начального условия (при $t = 0$ $\omega = 0$) следует, что $C = 0$.

Ответ: 2.

1.3. Динамика материальной точки

29. Из второго закона Ньютона имеем

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} = 6m\vec{A}t\ .$$

Ответ: 4.

31. Второй закон Ньютона в проекции на ось x прямоугольной декартовой системы координат имеет вид

$$m\frac{d\upsilon_x}{dt} = F_0 \sin \omega t\ .$$

Отсюда

$$\upsilon_x = \frac{F_0}{m}\int \sin \omega t dt = -\frac{F_0}{m\omega}\cos \omega t + C\ .$$

Поскольку при $t = 0$ $\upsilon_x = 0$, окончательно получаем

$$\upsilon_x = \frac{F_0}{m\omega}\left(1 - \cos \omega t\right).$$

Ответ: 1.

1.4. Законы сохранения импульса и механической энергии

46. В соответствии с определением радиуса-вектора центра масс системы

$$\vec{r}_C = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3}\ .$$

Дифференцируя это равенство по времени, находим скорость центра масс:

$$\vec{\upsilon}_C = \frac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + m_3\vec{\upsilon}_3}{m_1 + m_2 + m_3}\ .$$

Ответ: 1.

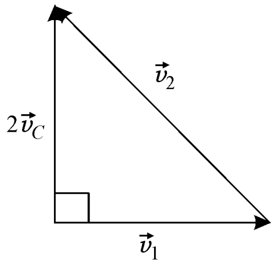

Рис.П.2.

51. Очевидно, скорость центра масс системы двух одинаковых брусков определяется выражением

$$\vec{v}_C = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2}.$$

Тройка векторов $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $2\vec{v}_C$ для рассматриваемого момента времени изображена на рис.П.2. Из рисунка видно, что

$$v_2 = \sqrt{4v_C^2 + v_1^2}.$$

Ответ: 1.

58. Приращение кинетической энергии частицы равно работе действующей на нее силы. Умножая скалярно силу $\vec{F}$ на перемещение $\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k} = 1\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, находим

$$T = 1\cdot 1 + 2\cdot 2 + 3\cdot 3 = 14 \text{ Дж}.$$

Ответ: 2.

69. Запишем зависимость скорости точки от времени в виде

$$v = \alpha t^2.$$

По теореме об изменении кинетической энергии работа силы равна приращению кинетической энергии материальной точки:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\alpha^2 t^4}{2}.$$

Следовательно, $n = 4$.

Ответ: 2.

76. В первом случае законы сохранения импульса и механической энергии имеют вид

$$mv_0 = (M+m)v_1,$$

$$\frac{(M+m)v_1^2}{2} = (M+m)gH_1,$$

где v_0 - скорость пули перед попаданием в шар; v_1 - скорость шара с застрявшей в нем пулей сразу после удара.

Во втором случае эти законы могут быть записаны следующим образом:

$$m\upsilon_0 = M\upsilon_2,$$

$$\frac{M\upsilon_2^2}{2} = MgH_2.$$

Здесь υ_2 - скорость шара после удара. Очевидно, что $\upsilon_1 < \upsilon_2$. Поэтому $H_1 < H_2$.

Ответ: 1.

1.5. Динамика твердого тела

83. Равенство

$$I_B = I_C + m|CB|^2$$

выражает теорему Штейнера применительно к рассматриваемому случаю.

Та же теорема позволяет записать

$$I_A = I_C + m|CA|^2.$$

Поскольку

$$|CA|^2 = |CB|^2 + |BA|^2,$$

в результате получим

$$I_A = \left\{I_C + m|CB|^2\right\} + m|BA|^2 = I_B + m|BA|^2.$$

Ответы: 1, 3.

88. В соответствии с определением момента инерции

$$I = 2m\left(\frac{l}{2}\sin\alpha\right)^2 + m\left(\frac{l}{2}\sin\alpha\right)^2 = \frac{3ml^2}{4}\sin^2\alpha.$$

Ответ: 4.

98. Уравнения движения железного и деревянного дисков имеют вид

$$\frac{1}{2}mR_1^2\beta_1 = FR_1,$$

$$\frac{1}{2}mR_2^2\beta_2 = FR_2,$$

где m - масса дисков; R_1 и R_2, β_1 и β_2 - радиусы и угловые ускорения железного и деревянного дисков соответственно; F - модуль приложенной силы. Поскольку $R_1 < R_2$, то, очевидно, $\beta_1 > \beta_2$.

Ответ: 1.

99. Уравнение вращения стержня вокруг горизонтальной оси, проходящей через его конец перпендикулярно стержню, может быть записано в виде

$$\frac{1}{3}ml^2\beta_z = \frac{1}{2}mgl\sin\alpha\,.$$

Здесь m - масса стержня; β_z - его угловое ускорение. Следовательно,

$$\beta_z = \frac{3g}{2l}\sin\alpha\,.$$

Ответ: 1.

100. Момент импульса системы дисков в процессе движения сохраняется, поэтому

$$\frac{1}{2}mR^2\omega_0 = \left[\frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{R}{2}\right)^2\right]\omega\,.$$

Отсюда

$$\omega = \frac{4}{5}\omega_0\,.$$

Ответ: 1.

107. Кинетическая энергия твердого тела при его вращении вокруг неподвижной оси определяется выражением

$$T = \frac{1}{2}I\omega^2\,,$$

где I - момент инерции тела относительно оси вращения. Момент инерции стержня массой m и длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину, равен

$$I = \frac{1}{12}ml^2\,.$$

Таким образом,

$$T = \frac{ml^2}{24}\omega^2\,.$$

Ответ: 2.

1.6. Специальная теория относительности

114. Пусть Δt - время жизни частицы в системе отсчета, относительно которой она движется со скоростью V, $\Delta t'$ - собственное время жизни частицы, т.е. время, измеренное в той системе отсчета, относительно которой частица покоится. Тогда в соответствии с формулой для замедления темпа хода движущихся часов

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}.$$

Следовательно, наименьшим является собственное время (τ_1). Время жизни, измеренное по часам системы отсчета K_2, равно времени, измеренному по часам системы отсчета K_3, так как эти системы движутся относительно K_1 с одинаковыми по величине скоростями. Максимальным будет время, измеренное по часам системы отсчета K_4, поскольку скорость движения этой системы относительно K_1 наибольшая. Таким образом,

$$\tau_1 < \tau_2 = \tau_3 < \tau_4 .$$

Ответ: 1.

1.7. Механические колебания

130. Путь, численно равный амплитуде, шарик проходит за 1/4 периода колебаний. Из закона движения следует, что

$$\omega = \frac{\pi}{4}\text{ с}^{-1},\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 8\text{ с}.$$

Искомое время

$$\tau = \frac{T}{4} = 2\text{ с}.$$

Ответ: 2.

134. Колебания материальной точки происходят по гармоническому закону, если при ее отклонении от положения равновесия возникает квазиупругая сила

$$F_x = -kx,$$

пропорциональная смещению x из положения равновесия и возвращающая точку к этому положению.

Ответ: 1.

151. Пусть ω_0 - собственная частота колебаний маятника, β - коэффициент затухания. Тогда частота затухающих колебаний и резонансная частота определяются выражениями

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2},$$

т.е. $\omega_2 < \omega_1 < \omega_0$. Любая из трех частот связана с соответствующим периодом колебаний формулой

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Следовательно, $T_0 < T_1 < T_2$.

Ответ: 1.

1.8. Механические волны

155. Скорость точки шнура с координатой x как функцию времени t можно найти, дифференцируя уравнение волны по t:

$$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -0,3\sin(300t - 30x).$$

Максимальная скорость точки

$$u_{\max} = 0,3 \text{ м/с}.$$

Ответ: 3.

157. Длина волны - минимальное расстояние между точками среды (шнура), совершающими колебания в одинаковой фазе. Из рис.1.21 видно, что это расстояние

$$\lambda = 4b.$$

Ответ: 4.

159. Ближайшие точки среды, совершающие колебания в противофазе, находятся на расстоянии Δx, равном половине длины волны. Таким образом,

$$\Delta x = \frac{\upsilon}{2\nu} = 1 \text{ м}.$$

Ответ: 3.

2. Молекулярная физика

2.1. Молекулярно-кинетическая теория

165. Импульс, передаваемый молекулами газа единичной площадке за время $\tau = 1$ с, есть давление газа на стенку сосуда. Поскольку в данном случае оно пропорционально абсолютной температуре, газ участвует в изохорном процессе.

Ответ: 1.

2.2. Уравнение состояния газа. Процессы

170. Изображенная на графике (см. рис.2.1) зависимость давления идеального газа от объема описывается формулой

$$p = \alpha V,$$

где α - положительная постоянная. Тогда из уравнения состояния идеального газа

$$pV = \nu RT$$

получим

$$p^2 = \frac{\nu R}{\alpha T}, \; p \sim T^{1/2}.$$

Ответ: 3.

2.3. Первое начало термодинамики

179. Внутренняя энергия одноатомного идеального газа определяется выражением

$$U = \frac{3}{2}\nu RT,$$

где ν - количество вещества; T - абсолютная температура газа. Изменение внутренней энергии трех молей такого газа

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{9}{2}R(3T - T) = 9RT.$$

Ответ: 3.

184. В соответствии с первым началом термодинамики количество тепла, сообщенное газу, идет на приращение его внутренней энергии и на совершение газом работы над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A.$$

Если изменение внутренней энергии равно полученному количеству тепла, то $A = 0$. Таким образом, в газе произошел изохорный процесс.

Ответ: 1.

2.4. Цикл Карно. Второе начало термодинамики. Энтропия

197. КПД тепловой машины равен отношению совершаемой за цикл работы к получаемому за цикл теплу:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\,\%.$$

Тепло, получаемое от нагревателя, может быть записано в виде суммы совершаемой работы A и отдаваемого холодильнику тепла Q:

$$Q_1 = A + Q.$$

Очевидно,

$$Q_1 = A \frac{100\,\%}{\eta},$$

$$A = Q \frac{\eta}{100\,\% - \eta} = 20 \text{ Дж}.$$

Ответ: 3.

201. Приращение энтропии в ходе изотермического расширения от объема V_1 до объема V_2 равно

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{pdV}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \nu R \frac{dV}{V} = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Поскольку в ходе двух процессов одинаковы масса газа, его начальный и конечный объемы, то $\Delta S_1 = \Delta S_2$.

Ответ: 3.